



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента № 3

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА

Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математика
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Харкевич Юрій Іліодорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54
Семестр, курс	2 семестр, I курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 4 кредити / 120 годин. Аудиторних годин: 24; з них: лекцій – 10 год., практичних – 14 год. Самостійної роботи: 88 годин. Консультацій: 8 год.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Дні занять	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Силабус вибіркового освітнього компонента «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» розроблено з урахуванням можливостей формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти другого (магістерського) рівня. Навчальний курс спрямований на професійний розвиток магістрів і на поглиблене вивчення питань теорії вимірних та інтегрованих за Лебегом функцій. Під час вивчення дисципліни розглядатимуться основні властивості простору функцій інтегрованих за Лебегом із p -им степенем, різні види збіжності в просторі L_p та зв'язок між ними, ряди по ортогональних системах, основні властивості функцій із обмеженою варіацією, абсолютно неперервні функції і їх властивості, умови відновлення функції за її похідною, міра Лебега-Стілтєса і її властивості, інтеграл Лебега-Стілтєса і його властивості, інтеграл Рімана-Стілтєса і його властивості.
Мета і завдання освітнього компонента	Метою викладання освітнього компонента «Елементи теорії міри та інтеграла Лебега» є формування у здобувачів глибоких теоретичних знань з абстрактної теорії міри та інтегрального числення, розвиток системного розуміння властивостей вимірних та інтегрованих за Лебегом функцій, а також набуття практичних навичок застосування апарату міри та інтеграла Лебега у задачах математичного і функціонального аналізу, теорії функцій дійсної змінної та прикладних математичних дослідженнях.

	<p>Основні завдання курсу:</p> <ul style="list-style-type: none"> • сформулювати цілісне уявлення про структуру та властивості просторів L_p; • ознайомити здобувачів із різними видами збіжності в просторах вимірних функцій та встановленням зв'язків між ними; • розкрити теоретичні основи рядів за ортогональними системами функцій; • сформулювати розуміння теорії добутку мір та умов застосування теорем Фубіні і Тонеллі; • дослідити властивості монотонних функцій та їх диференційовність; • вивчити властивості функцій із обмеженою варіацією та абсолютно неперервних функцій; • сформулювати навички відновлення функції за її похідною; • ознайомити з побудовою та властивостями міри Лебега–Стілтєса; • сформулювати теоретичне розуміння та практичні навички роботи з інтегралами Лебега–Стілтєса і Рімана–Стілтєса; • розвинути вміння застосовувати апарат теорії міри та інтеграла в задачах математичного аналізу, функціонального аналізу та прикладної математики; <p>підготувати здобувачів до подальшої науково-дослідницької діяльності у галузі теорії функцій дійсної змінної та суміжних математичних дисциплін.</p>
<p>Soft skills</p>	<p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Методи теорії наближень на класах диференційовних функцій» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу; • здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань; • здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни; • дослідницькі навички та наукову культуру мислення; • здатність до самостійного навчання та самоосвіти; • вміння працювати з великими обсягами теоретичної інформації; • навички розв'язання складних проблемних задач; • академічну комунікацію (усну й письмову); • аргументацію та доказове мислення; • управління часом та навчальними ресурсам.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					*Форма контролю / Бали
	Усього	У тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
Змістовий модуль I. Простір L_p. Монотонні функції						
Тема 1. Властивості простору L_p та збіжність у ньому	17	2	2	1	12	УО, РЗ/ 10 б.
Тема 2. Прямий добуток мір. Теореми Фубіні і Тонеллі.	17	2	2	1	12	УО, РЗ/ 10 б.
Тема 3. Властивості монотонних функцій та їх диференційовність	20	1	2	1	16	УО, РЗ/ 5 б.
Разом за змістовним модулем I	54	5	6	3	40	25 б.
Змістовий модуль II. Абсолютно неперервні функції. Інтеграл Лебега-Стільтьєса						
Тема 4. Функції з обмеженою варіацією та абсолютно неперервні функції	19	2	2	1	14	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 5. Відновлення функції за її похідною	21	1	2	2	16	УО, РЗ/ 10 б.
Тема 6. Міра та інтеграл Лебега-Стільтьєса і Рімана-Стільтьєса.	26	2	4	2	18	УО, РЗ/ 10 б.
Разом за змістовним модулем II	66	5	8	5	48	25 б.
Контрольна робота						30 б.
ІНДЗ						20 б.
Всього годин/ балів	120	10	14	8	88	100 б.

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв'язування задач.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 14 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 40 год:
 - Лебегове продовження міри,
 - Міра Жордана та її зв'язок з мірою Лебега
 - Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега,
 - Поняття про знакозмінні міри та теорему Радона-Нікодіма,
 - Поняття про добуток мір та їх подання через інтеграли мір перерізів.
3. Виконання ІНДЗ – 20 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою. 14 год

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzHM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна письмова робота (30 балів).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/qtbVgtNu>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір 4 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Критерії поточного оцінювання

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може отримати максимально 25 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 50 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

Критерії оцінювання ІНДЗ:

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли студент правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли студент не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли студент не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли студент під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ студент під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо студент не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 30 балів.

Критерії оцінювання контрольної роботи:

30–27 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав практичні завдання, вміє пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул. Вміє аргументувати свої думки.

26–23 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені окремі незначні помилки у розв'язанні.

22–18 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити правильні висновки.

17–11 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся аргументувати свою відповідь, помилився у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задачі.

10–5 балів ставиться, якщо студент погано засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки.

4–0 балів ставиться, якщо студент неправильно розв'язав практичні завдання, показав незадовільне знання понятійного апарату, або взагалі нічого не відповів.

Питання до заліку

1. Визначення простору L^p . Основні властивості та приклади.
2. Норма в L^p . Повнота просторів L^p .
3. Нерівності Юнга, Гельдера, Мінковського та їх застосування.
4. Види збіжності у просторах L^p та зв'язок між ними.
5. Ортогональні та ортонормовані системи. Ряди в L^2 .
6. Прямий добуток вимірних просторів і мір.
7. Теореми Фубіні та Тонеллі: формулювання, зміст, застосування.
8. Умови зміни порядку інтегрування у повторних інтегралах.
9. Монотонні функції: означення та основні властивості.
10. Диференційовність монотонних функцій.
11. Функції з обмеженою варіацією: означення та властивості.
12. Абсолютно неперервні функції: означення та властивості.
13. Зв'язок абсолютно неперервних функцій з похідною.
14. Відновлення функції за її похідною.

15. Розклад функції на абсолютно неперервну, сингулярну та дискретну частини.
16. Міра Лебега–Стілтєса: означення та властивості.
17. Інтеграл Лебега–Стілтєса: означення та властивості.
18. Інтеграл Рімана–Стілтєса: означення та властивості.
19. Порівняння інтегралів Лебега–Стілтєса і Рімана–Стілтєса.
20. Лебегове продовження міри.
21. Міра Жордана та її зв'язок з мірою Лебега.
22. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
23. Знакомінні міри та теорема Радона–Нікодима.
24. Добутки мір та їх подання через інтеграли мір перерізів.

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90 – 100	Зараховано
82 – 89	
75 – 81	
67 -74	
60 – 66	
1 – 59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках

програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigI>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Опитування

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

Рекомендована література

Методичне забезпечення

1. Коренков М.Є., Харкевич Ю.І. Теорія міри та інтеграла (теореми і вправи): навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2013. 172 с.
2. Коренков М.Є., Харкевич Ю.І. Основи функціонального аналізу: навч. посіб. / М.Є. Коренков, Ю.І. Харкевич. Луцьк: Волин. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 250 с.

Основна література

1. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. ІваноФранківськ: Сімик, 2011. 168 с.
2. Дороговцев А.Я., Константинов О.Ю., Курченко О.О., Івасишен С.Д. Завдання для практичних і лабораторних занять з курсу «Теорія міри та інтеграла» для студентів спеціальності «математика». К.: КДУ, 1991. 76с

3. Сторож О.Г. Збірник задач з теорії міри та функціонального аналізу. Львів, видавець І.В. Чижиков, 2011. 148 с.
4. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального К.: Вища школа, 1974. 455 с.

Додаткова література

1. Банах С.С. Курс функціонального аналізу. Київ, 1948. 221 с.
2. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Т. Функціональний аналіз. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014. 559 с.

Погоджено

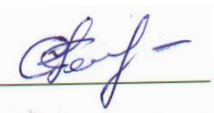
Гарант освітньо-професійної програми



Кальчук І.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики
протокол № 9 від 28 січня 2026 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.

